

## ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO CORSO DI ORDINAMENTO • 2009

Il candidato risolve uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

### ■ PROBLEMA 1

È assegnato il settore circolare  $A\widehat{O}B$  di raggio  $r$  e ampiezza  $x$  ( $r$  e  $x$  sono misurati, rispettivamente, in *metri* e *radianti*).

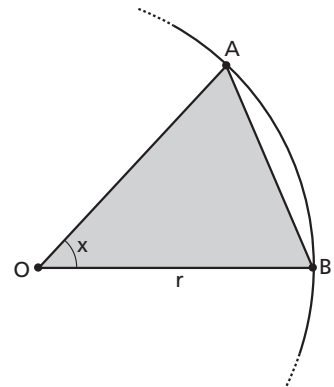
1. Si provi che l'area  $S$  compresa fra l'arco e la corda  $AB$  è espressa, in funzione di  $x$ , da

$$S(x) = \frac{1}{2} r^2 (x - \operatorname{sen} x) \text{ con } x \in [0; 2\pi].$$

2. Si studi come varia  $S(x)$  e se ne disegni il grafico (avendo posto  $r = 1$ ).

3. Si fissi l'area del settore  $A\widehat{O}B$  pari a  $100 \text{ m}^2$ . Si trovi il valore di  $r$  per il quale è minimo il perimetro di  $A\widehat{O}B$  e si esprima il corrispondente valore di  $x$  in gradi sessagesimali (è sufficiente l'approssimazione al grado).

4. Sia  $r = 2$  e  $x = \frac{\pi}{3}$ . Il settore  $A\widehat{O}B$  è la base di un solido  $W$  le cui sezioni ottenute con piani ortogonali a  $OB$  sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di  $W$ .



► **Figura 1.**

### ■ PROBLEMA 2

Nel piano riferito a coordinate cartesiane, ortogonali e monometriche, si tracci il grafico  $G_f$  della funzione  $f(x) = \ln x$  (logaritmo naturale).

1. Sia  $A$  il punto d'intersezione con l'asse  $y$  della tangente a  $G_f$  in un suo punto  $P$ . Sia  $B$  il punto d'intersezione con l'asse  $y$  della parallela per  $P$  all'asse  $x$ . Si dimostri che, qualsiasi sia  $P$ , il segmento  $AB$  ha lunghezza costante. Vale la stessa proprietà per il grafico  $G_g$  della funzione  $g(x) = \log_a x$  con  $a$  reale positivo diverso da 1?

2. Sia  $\delta$  l'inclinazione sull'asse  $x$  della retta tangente a  $G_g$  nel suo punto di ascissa 1. Per quale valore della base è  $\delta = 45^\circ$ ? E per quale valore di  $a$  è  $\delta = 135^\circ$ ?

3. Sia  $D$  la regione del primo quadrante delimitata dagli assi coordinati, da  $G_f$  e dalla retta d'equazione  $y = 1$ . Si calcoli l'area di  $D$ .

4. Si calcoli il volume del solido generato da  $D$  nella rotazione completa attorno alla retta d'equazione  $x = -1$ .

## QUESTIONARIO

- 1** Si trovi la funzione  $f(x)$  la cui derivata è  $\sin x$  e il cui grafico passa per il punto  $(0; 2)$ .
- 2** Sono dati gli insiemi  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{a, b, c\}$ . Tra le possibili applicazioni (o funzioni) di  $A$  in  $B$ , ce ne sono di suriettive? Di iniettive? Di biiettive?
- 3** Per quale o quali valori di  $k$  la curva d'equazione  $y = x^3 + kx^2 + 3x - 4$  ha una sola tangente orizzontale?
- 4** «Esiste solo un poliedro regolare le cui facce sono esagoni». Si dica se questa affermazione è vera o falsa e si fornisca una esauriente spiegazione della risposta.

- 5** Si considerino le seguenti espressioni:

$$\frac{0}{1}, \frac{0}{0}, \frac{1}{0}, 0^0.$$

A quali di esse è possibile attribuire un valore numerico? Si motivi la risposta.

- 6** Si calcoli:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$

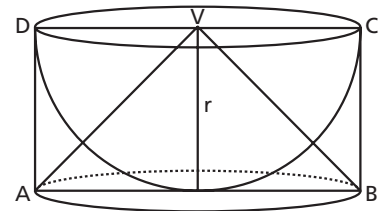
- 7** Si dimostri l'identità  $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$  con  $n$  e  $k$  naturali e  $n > k$ .

- 8** Si provi che l'equazione:

$$x^{2009} + 2009x + 1 = 0.$$

ha una radice compresa fra  $-1$  e  $0$ .

- 9** Nei “*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*”, Galileo Galilei descrive la costruzione di un solido che si chiama *scodella* considerando una semisfera di raggio  $r$  e il cilindro a essa circoscritto. La scodella si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro. Si dimostri, utilizzando il principio di Cavalieri, che la scodella ha volume pari al cono di vertice  $V$  in figura 2.



► **Figura 2.**

- 10** Si determini il periodo della funzione  $f(x) = \cos 5x$ .

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2009

### PROBLEMA 1

1. Indichiamo con:

$S(\widehat{AOB})$  l'area del settore circolare  $\widehat{AOB}$  di raggio  $r$  e ampiezza  $x$ ,

$S(AOB)$  l'area del triangolo isoscele  $AOB$ ,

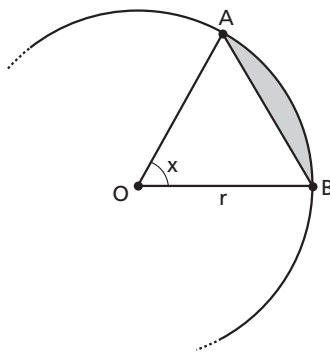
$S(x)$  la superficie compresa fra l'arco e la corda  $AB$ .

Differenziamo i casi in cui l'angolo  $x$  del settore circolare è convesso o concavo (figura 3):

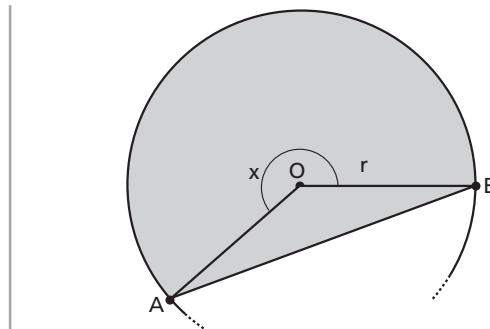
a) se  $x$  è convesso ( $0 \leq x < \pi$ ) risulta  $S(x) = S(\widehat{AOB}) - S(AOB)$ ;

b) se  $x$  è concavo ( $\pi \leq x \leq 2\pi$ ) risulta  $S(x) = S(\widehat{AOB}) + S(AOB)$ .

▼ Figura 3.



a. Angolo  $x$  convesso.



b. Angolo  $x$  concavo.

L'area del settore circolare di raggio  $r$  e ampiezza  $x$  è  $S(\widehat{AOB}) = \frac{r^2 x}{2}$ , mentre l'area del triangolo  $AOB$ , conoscendo due lati e l'angolo compreso, è per la trigonometria:

$$S(AOB) = \begin{cases} \frac{r^2 \sin x}{2} & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ \frac{r^2 \sin(2\pi - x)}{2} = -\frac{r^2 \sin x}{2} & \text{se } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

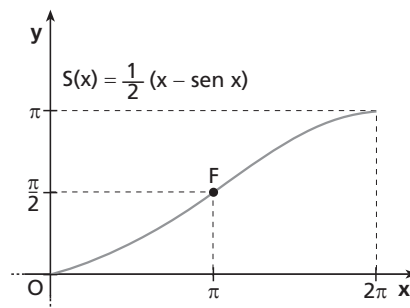
Quindi la superficie  $S(x)$  diventa:

$$S(x) = \begin{cases} S(\widehat{AOB}) - S(AOB) & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ S(\widehat{AOB}) + S(AOB) & \text{se } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases} \rightarrow S(x) = \begin{cases} \frac{r^2 x}{2} - \frac{r^2 \sin x}{2} & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ \frac{r^2 x}{2} - \frac{r^2 \sin x}{2} & \text{se } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases} \rightarrow$$

$$S(x) = \frac{r^2 x - r^2 \sin x}{2} = \frac{1}{2} r^2 (x - \sin x) \text{ con } x \in [0; 2\pi].$$

2. Ponendo  $r = 1$ , diventa  $S(x) = \frac{1}{2} (x - \sin x)$ . Tale funzione è continua nell'intervallo di definizione  $[0; 2\pi]$ ; agli estremi del dominio risulta  $S(0) = 0$ ,  $S(2\pi) = \pi$ ; la sua derivata prima ha espressione:  $S'(x) = \frac{1}{2} (1 - \cos x)$ . Pertanto risulta  $S'(x) > 0$  per  $0 < x < 2\pi$  e  $S'(0) = S'(2\pi) = 0$ : la funzione è non decrescente e ha tangente orizzontale negli estremi dell'intervallo.

La derivata seconda vale  $S''(x) = \frac{1}{2} \sin x$ : è positiva per  $0 < x < \pi$ , negativa per  $\pi < x < 2\pi$ , nulla per  $x = 0$ ,  $x = \pi$ ,  $x = 2\pi$ ; la curva ha pertanto un flesso  $F\left(\pi; \frac{\pi}{2}\right)$ . Nella figura 4 è rappresentato il grafico della funzione  $S(x)$ .



► **Figura 4.**

3. Posto l'area del settore circolare  $S(A\widehat{O}B) = \frac{r^2 x}{2}$  uguale a  $100 \text{ m}^2$ , diventa  $\frac{r^2 x}{2} = 100$ , quindi  $r = \sqrt{\frac{200}{x}}$  con  $x \in ]0; 2\pi]$ ; risulta allora che, al variare di  $x$  nell'intervallo, la variabile  $r$  è inferiormente limitata ovvero  $r \geq \frac{10}{\pi}$ .

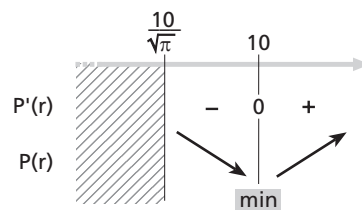
Calcoliamo il perimetro  $P$  del settore  $A\widehat{O}B$  in funzione del raggio  $r$ , considerando che si può scrivere l'angolo  $x$  in funzione del raggio  $r$  ovvero  $x = \frac{200}{r^2}$ :

$$P = r + r + rx \rightarrow P(r) = 2r + r \frac{200}{r^2} = 2r + \frac{200}{r}.$$

Determiniamo la derivata prima di tale funzione e studiamone il segno:

$$P'(r) = 2 - \frac{200}{r^2}; P'(r) > 0 \rightarrow r^2 > 100 \rightarrow r > 10.$$

In figura 5 è riportato il quadro dei segni.



La funzione ha un minimo per  $r = 10 \text{ m}$ ; in tal caso l'angolo corrispondente misura: ▲ **Figura 5.**

$$x = \frac{200}{10^2} = 2 \text{ rad} \approx 57,3^\circ \approx 115^\circ.$$

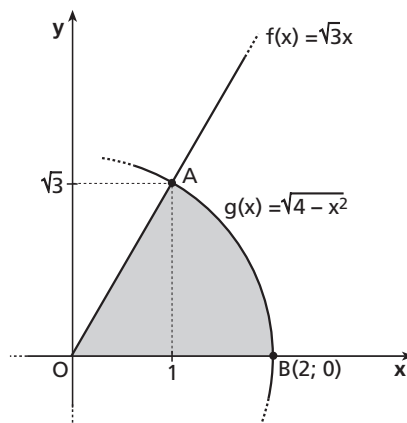
4. Posto  $r = 2$  e  $x = \frac{\pi}{3}$ , fissiamo un sistema di riferimento ortogonale  $Oxy$  contenente il settore in modo che  $O$  coincida con l'origine; risulta allora che  $B$  ha coordinate  $(2; 0)$  e  $A(1; \sqrt{3})$  (figura 6).

La retta  $OA$  ha equazione  $f(x) = \sqrt{3}x$  mentre l'arco  $AB$  è il grafico della funzione  $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ , per  $x \in [1; 2]$ .

Poiché il solido  $W$  ha come base il settore circolare e ha sezioni ortogonali a  $OB$  quadrate, si ottiene il suo volume  $V$  secondo la seguente formula:

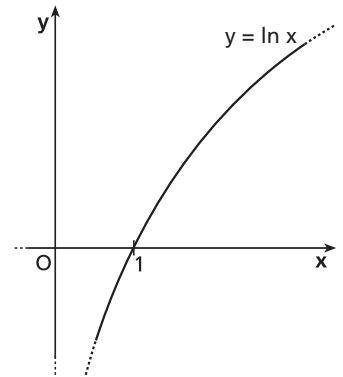
$$\begin{aligned} V(W) &= \int_0^1 [f(x)]^2 dx + \int_1^2 [g(x)]^2 dx = \\ &= \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx = [x^3]_0^1 + \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_1^2 = 1 + \left( 8 - \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

▼ **Figura 6.**



## PROBLEMA 2

La funzione  $f(x) = \ln x$  ha dominio  $D = ]0; +\infty[$ , interseca l'asse  $x$  nel punto di coordinate  $(1; 0)$  ed è sempre crescente. Il corrispondente grafico  $G_f$  di  $f$  è riportato in figura 7.



▲ Figura 7.

1. Consideriamo un punto generico di  $G_f$ ,  $P(k; \ln k)$ , con  $k > 0$ ; tracciamo per esso la tangente  $t$  alla curva che interseca l'asse  $y$  nel punto  $A$  e la retta parallela all'asse  $x$  che interseca l'asse delle ordinate nel punto  $B$ ; tale punto ha coordinate  $B(0; \ln k)$  (figura 8).

Per determinare le coordinate di  $A$ , scriviamo l'equazione della retta  $t$ , che ha coefficiente angolare  $f'(x_p) = \frac{1}{k}$ .

Quindi, l'equazione della retta  $t$  è:

$$y - y_p = f'(x_p)(x - x_p) \rightarrow y - \ln k = \frac{1}{k}(x - k) \rightarrow$$

$$y = \frac{1}{k}x + \ln k - 1.$$

Tale retta interseca l'asse  $y$  in  $A(0; \ln k - 1)$ , e la lunghezza del segmento  $AB$  è:

$$\overline{AB} = |y_B - y_A| = |\ln k - \ln k + 1| = 1,$$

che, perciò, è costante.

Nel caso in cui la funzione considerata sia  $g(x) = \log_a x$ , si può procedere in modo analogo, trovando:

$$g'(x_p) = \frac{1}{k} \log_a k, \text{ coefficiente angolare della retta tangente nel punto } P,$$

$$y = \frac{1}{k} \log_a e \cdot x + \log_a e, \text{ equazione della retta tangente } t,$$

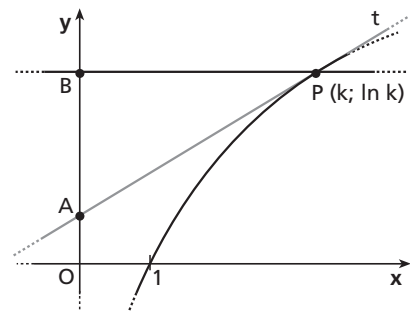
$$A(0; \log_a k - \log_a e), B(0; \log_a k).$$

La distanza tra  $A$  e  $B$  è ora:

$$\overline{AB} = |\log_a k - \log_a k + \log_a e| = |\log_a e|.$$

Possiamo concludere che, fissato il valore della base  $a$  del logaritmo, la lunghezza di  $AB$  rimane costante indipendentemente dalla scelta del punto  $P$ .

Osserviamo infine che, per  $a = e$ , ritroviamo il caso particolare  $\overline{AB} = 1$ .



► Figura 8.

2. Poiché per inclinazione si intende l'angolo che una retta forma col semiasse positivo delle  $x$ , si ha che il coefficiente angolare della retta tangente a  $G_g$  nel suo punto di ascissa 1 è  $\text{tg } \delta$ . Tale coefficiente corrisponde al valore della derivata prima della funzione calcolata nel punto  $x = 1$ :

$$g'(1) = \log_a e \rightarrow \text{tg } \delta = \log_a e.$$

- Se  $\delta = 45^\circ$ , allora  $\text{tg } \delta = 1$ . Quindi  $1 = \log_a e$ , cioè  $a = e$  e il logaritmo risulta naturale;
- se  $\delta = 135^\circ$ , allora  $\text{tg } \delta = -1$ . Quindi:  $-1 = \log_a e$ , cioè  $a = \frac{1}{e}$ .

3. La regione  $D$  di cui calcolare l'area  $A(D)$  è evidenziata nella figura 9.

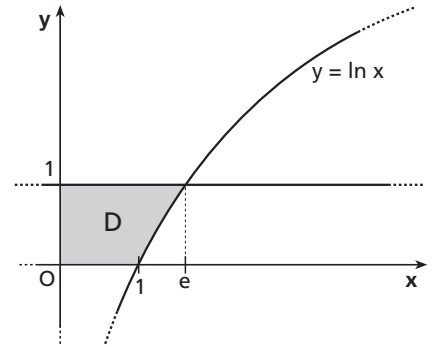
Determiniamo tale superficie come differenza tra l'area del rettangolo di base  $e$  e altezza 1 e l'area sottesa dalla funzione  $f(x) = \ln x$  per  $1 \leq x \leq e$ :

$$A(D) = e \cdot 1 - \int_1^e \ln x \, dx$$

Integrando per parti si ottiene:

$$= e - [x \ln x - x]_1^e = e - (e - e + 1) = e - 1.$$

► **Figura 9.**



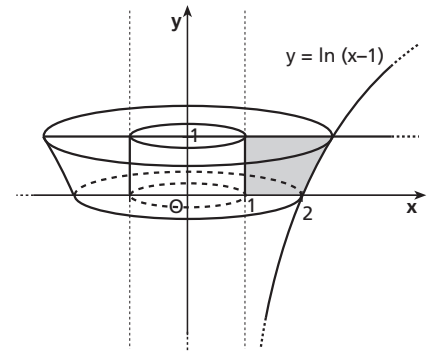
4. Operiamo sulla funzione  $f$  la traslazione di vettore  $\vec{v} (1;0)$  in modo che l'asse di rotazione coincida con l'asse  $y$ . La curva traslata ha equazione  $y = \ln(x-1)$  (figura 10).

Per calcolare il volume di rotazione della funzione  $y = \ln(x-1)$  intorno all'asse  $y$ , è necessario determinare l'equazione della funzione inversa:

$$y = \ln(x-1) \rightarrow e^y = x-1 \rightarrow x = e^y + 1.$$

Il volume richiesto si ottiene sottraendo al volume del solido di rotazione il volume del cilindro interno di raggio di base 1 e altezza 1:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (e^y + 1)^2 \, dy - \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \pi \int_0^1 (e^{2y} + 1 + 2e^y) \, dy - \pi = \pi \left[ \frac{e^{2y}}{2} + y + 2e^y \right]_0^1 - \pi = \\ &= \pi \left( \frac{e^2}{2} + 1 + 2e - \frac{1}{2} - 2 - 1 \right) = \pi \left( \frac{e^2}{2} + 2e - \frac{5}{2} \right) = \frac{\pi}{2} (e^2 + 4e - 5). \end{aligned}$$



▲ **Figura 10.**

## QUESTIONARIO

- 1** Una funzione  $f(x)$  si definisce primitiva di una funzione  $g(x)$  quando è derivabile e risulta  $f'(x) = g(x)$ . L'insieme delle primitive di  $g(x) = \sin x$  è:

$$f_k(x) = -\cos x + k, \text{ con } k \in \mathbb{R}.$$

Determiniamo il valore di  $k$ , imponendo al corrispondente grafico il passaggio per il punto  $(0; 2)$ :

$$f_k(0) = -1 + k = 2 \rightarrow k = 3.$$

Pertanto la funzione  $f(x)$  la cui derivata è  $\sin x$  e il cui grafico passa per il punto  $(0; 2)$  è  $f_3(x)$  ovvero:

$$f(x) = -\cos x + 3.$$

- 2** Una funzione  $f: A \rightarrow B$  si dice suriettiva quando ogni elemento del codominio  $B$  è immagine di almeno un elemento di  $A$ . Poiché  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{a, b, c\}$ , allora sono suriettive tutte le funzioni in cui due e solo due elementi di  $A$  hanno uguale immagine in  $B$ .

In particolare, poiché  $A$  e  $B$  hanno rispettivamente quattro e tre elementi, il numero totale di funzioni suriettive da  $A$  a  $B$  è:

$$\binom{4}{2} \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18.$$

Una funzione  $f: A \rightarrow B$  si dice iniettiva quando ogni elemento di  $B$  è immagine al più di un elemento di  $A$ . Poiché il numero degli elementi di  $A$  è maggiore di quello di  $B$ , non esistono funzioni iniettive.

Una funzione  $f: A \rightarrow B$  si dice biiettiva quando è sia iniettiva, che suriettiva. Poiché non esistono funzioni iniettive, allora non esistono nemmeno funzioni biiettive.

- 3** Data la curva di equazione  $y(x) = x^3 + kx^2 + 3x - 4$ , la funzione derivata prima  $y'(x) = 3x^2 + 2kx + 3$  è di secondo grado. Posta la derivata prima uguale a zero, si ottiene un'equazione di secondo grado. Affinché la curva ammetta una sola tangente orizzontale è necessario che il corrispondente discriminante sia nullo:

$$3x^2 + 2kx + 3 = 0, \frac{\Delta}{4} = 0 \rightarrow k^2 - 9 = 0 \rightarrow k = \pm 3.$$

Le curve richieste sono quindi due:

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x - 4,$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$$

- 4** Un poliedro si dice regolare se le sue facce sono poligoni regolari congruenti e i suoi diedri sono congruenti. Pertanto gli angoli delle facce di ogni suo diedro devono essere angoli di poligoni regolari e devono essere almeno tre. Per un noto teorema di geometria solida, in ogni diedro la somma degli angoli delle facce deve essere strettamente minore di  $360^\circ$ . Se le facce del poliedro regolare fossero esagoni, l'angolo di ogni faccia di un diedro sarebbe di  $120^\circ$  e quindi la somma degli angoli di tre facce sarebbe uguale a  $360^\circ$ , il che è impossibile. L'affermazione quindi è falsa.

- 5** Una frazione è una coppia ordinata di numeri interi, di cui il secondo è diverso da 0:

$$\frac{n}{d}, \text{ con } n, d \in \mathbb{Z}, d \neq 0.$$

L'espressione  $\frac{0}{1}$  equivale al valore numerico 0. Il reciproco di  $\frac{0}{1}$ , cioè  $\frac{1}{0}$ , è privo di significato e non corrisponde a nessun valore numerico. Ugualmente le espressioni  $\frac{0}{0}$  e  $0^0$  non corrispondono a nessun valore numerico e sono forme indeterminate.

**6** Consideriamo il limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ .

Raccogliamo  $x^2$  al radicando del numeratore e portiamolo fuori dalla radice:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x}.$$

Poiché il limite va calcolato in un intorno di  $-\infty$ , risulta  $x < 0$ , possiamo togliere al numeratore il valore assoluto alla  $x$  cambiandone il segno:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x} = -1.$$

**7** Data l'identità  $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$  con  $n$  e  $k$  naturali e  $n > k$ , si esplicitano i coefficienti binomiali tramite la funzione fattoriale per entrambi i membri.

Primo membro:

$$\binom{n}{k+1} = \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k-1)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)(n-k)}{(k+1) \cdot k!}$$

Secondo membro:

$$\begin{aligned} \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1} &= \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \cdot \frac{n-k}{k+1} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{n-k}{k+1} = \\ &= \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)(n-k)}{(k+1) \cdot k!}. \end{aligned}$$

Poiché il primo membro è uguale al secondo membro, l'identità è verificata.

**8** Consideriamo la funzione  $f(x) = x^{2009} + 2009x + 1$ . Cercare le soluzioni reali dell'equazione di partenza equivale a determinare le intersezioni della funzione  $f(x)$  con l'asse delle  $x$ . La funzione è continua in  $\mathbb{R}$  ed esistono almeno due valori di  $x$  in cui la funzione cambia di segno:

$$x_1 = -1, \quad f(-1) = (-1)^{2009} - 2009 + 1 = -1 - 2009 + 1 = -2009;$$

$$x_2 = 0, \quad f(0) = 1.$$

Per il teorema di esistenza degli zeri, esiste almeno un punto  $c$ , interno all'intervallo  $[-1; 0]$ , in cui la funzione si annulla.

Calcoliamo la derivata prima di  $f(x)$ :

$$f'(x) = 2009x^{2008} + 2009.$$

Poiché la derivata è sempre positiva nell'intervallo, la funzione  $f(x)$  è strettamente crescente; pertanto esiste una sola radice dell'equazione di partenza, compresa tra  $-1$  e  $0$ .

- 9** Consideriamo il principio di Cavalieri: «due solidi hanno lo stesso volume (sono equivalenti) se si può fissare un piano in modo che ogni altro piano parallelo a esso tagli i due solidi in sezioni equivalenti». Consideriamo un piano parallelo alla base del cilindro distante  $k$  da esso, con  $0 \leq k \leq r$  (figura 11).

La sezione formata con il cono è un cerchio di raggio  $EF$ . Essendo  $VEF$  un triangolo rettangolo isoscele, risulta  $EF = VE = r - k$ . Dunque il cerchio ha area:

$$A_1 = \pi(r - k)^2.$$

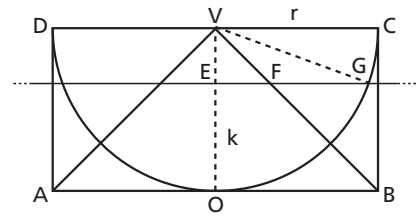
La sezione del piano con la scodella è una corona circolare di raggio esterno  $r$  e raggio interno  $EG$ . Per il teorema di Pitagora risulta:

$$\overline{EG}^2 = \overline{VG}^2 - \overline{VE}^2 = r^2 - (k - r)^2 = 2kr - k^2.$$

L'area della sezione con la scodella è:

$$A_2 = \pi[r^2 - (2kr - k^2)] = \pi(r - k)^2.$$

Per il principio di Cavalieri, poiché  $A_1 = A_2$ , possiamo concludere che la scodella e il cono sono equivalenti.

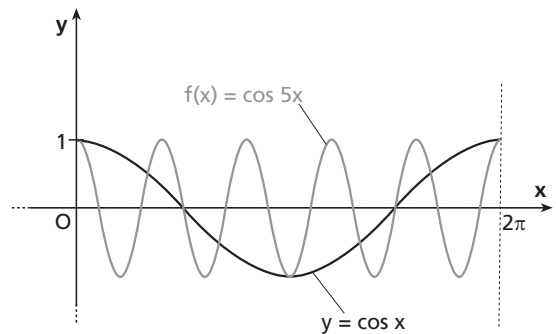


► Figura 11.

- 10** Osserviamo che la funzione  $f(x) = \cos 5x$  si ottiene dalla funzione goniometrica elementare  $y = \cos x$  tramite una contrazione rispetto all'asse  $x$  di fattore  $k = 5$ . Ne segue che, essendo  $2\pi$  il periodo di  $y = \cos x$ , il periodo di  $f$  è  $\frac{2\pi}{k}$  ovvero  $\frac{2\pi}{5}$ .

A tale conclusione si può giungere anche osservando i grafici delle due funzioni tra  $0$  e  $2\pi$  (figura 12).

In tale grafico si può notare che in un periodo di  $y = \cos x$  il grafico di  $f(x) = \cos 5x$  si ripete uguale per 5 volte.



▲ Figura 12.

Per esercitarti ancora sugli argomenti affrontati nel	Svolgi sui <i>Corsi blu</i> *
Problema 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problema 80 pag. Q 119</li> <li>• Problema 89 pag. Q 121</li> <li>• Problema 92 pag. Q 122</li> </ul>
Problema 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 334 pag. N 62</li> <li>• Esercizio 508 pag. V 78</li> <li>• Esercizio 206 pag. W 116</li> <li>• Esercizio 280 pag. W 125</li> </ul>
Quesito 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quesito 2 pag. W 70</li> <li>• Quesito 5 pag. W 70</li> <li>• Quesito 9 pag. W 70</li> </ul>
Quesito 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 119 pag. S 149</li> </ul>
Quesito 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 486 pag. V 76</li> <li>• Esercizio 491 pag. V 76</li> </ul>
Quesito 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quesito 1 pag. <math>\pi</math> 96</li> <li>• Quesito 2 pag. <math>\pi</math> 142</li> <li>• Quesito 3 pag. <math>\pi</math> 142</li> </ul>
Quesito 6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 146 pag. U 167</li> <li>• Esercizio 166 pag. U 168</li> </ul>
Quesito 7	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 117 pag. <math>\alpha</math> 34</li> <li>• Esercizio 121 pag. <math>\alpha</math> 34</li> </ul>
Quesito 8	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 2 pag. <math>\iota</math> 21</li> <li>• Test 2 pag. <math>\iota</math> 29</li> </ul>
Quesito 9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esercizio 97 pag. <math>\pi</math> 82</li> <li>• Esercizio 99 pag. <math>\pi</math> 82</li> </ul>
Quesito 10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quesito 140 pag. U 31</li> <li>• Quesito 200 pag. U 37</li> <li>• Quesito 202 pag. U 37</li> </ul>

Sul sito [www.zanichelli.it/materiali/provamatematica](http://www.zanichelli.it/materiali/provamatematica) trovi i testi e gli svolgimenti della prova assegnata nella sessione suppletiva.

\* I *Corsi blu* di matematica di Bergamini, Trifone e Barozzi sono presentati in terza di copertina.